Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física
PRIMER PARCIAL DE FISICA I
Septiembre-Diciembre 2016
Sartenejas, 07 de Octubre de 2016.

Apellidos y Nombres: Modelo del parcial   Nro. de Carnet: ________   Sección: _____

Instrucciones

- ✓ Escriba todos sus datos en los renglones indicados arriba, luego verifique que este parcial contiene 3 páginas, y coloque su número de carné en la esquina inferior derecha de cada página.
- ✓ Lea detenidamente cada pregunta y al responder sea cuidadoso(a), conciso(a), claro(a) y ordenado(a).
- ✓ Se prohíbe el uso de cualquier dispositivo electrónico, como calculadoras y celulares, estos últimos deben estar apagados durante la evaluación.
- ✓ Esta evaluación consta de dos parte, en la primera parte hay 8 preguntas de selección simple, en la segunda parte un problema de desarrollo, para un total de 9 preguntas. Esta evaluación tiene una ponderación de 30 puntos.
- ✓ En la parte de selección simple cada respuesta debe estar justificada correctamente,de no estarlo no tendrá validez. Dentro de las opciones hay una única respuesta, por lo que debe seleccionar una sola opción.
- ✓ en caso de requerirlo use $|\vec{g}| = 10\frac{m}{s^2}$ para la norma o intensidad del vector aceleración.

Preguntas:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Puntos:	2½	2½	2½	2½	2½	2½	2½	2½	10	30
Acumulado:										

Parte I (Selección simple justificada): Seleccione con una × la respuesta correcta y justifíquela.

1. (2½ puntos) En la expresión matemática $3avt - \sqrt{\beta x}$ las magnitudes x, v, a y t son constantes positivas con dimensiones de longitud (L), velocidad, aceleración y tiempo (T), respectivamente. Las dimensiones que debe tener la constante positiva β para que la expresión matemática antes mencionada sea dimensionalmente correcta son:

   - ( ) L^3T^4;
   - ( ) L^2T^{-4};
   - (X) L^3T^{-4};
   - ( ) L^3T^{-8};
   - ( ) Ninguna de las anteriores.

   Justificación

   La expresión matemática es dimensionalmente correcta cuando $[3avt] = [\sqrt{\beta x}] \Rightarrow [3][a][v][t] = [\beta]^{1/2}[x]^{1/2}$

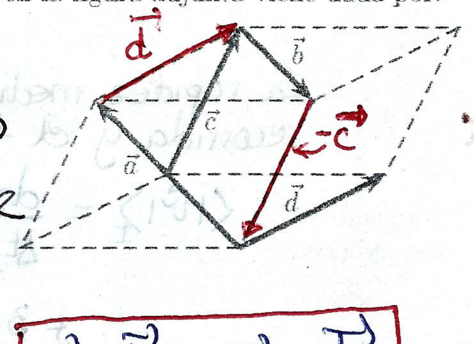
   $$\Rightarrow [\beta]^{1/2} = \frac{1\,[a][v][t]}{[x]^{1/2}} = \frac{L/T^2\ L/T\ T}{L^{1/2}} = L^{2-1/2}\,T^{-2}$$

   $$[\beta]^{1/2} = L^{3/2}\,T^{-2} \Rightarrow \boxed{[\beta] = L^3\,T^{-4}}$$

2. (2½ puntos) La relación entre los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ y $\vec{d}$ que se muestran en la figura adjunta viene dada por:

   - ( ) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} - \vec{d}$;
   - ( ) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$;
   - ( ) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$;
   - (X) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} - \vec{d}$;
   - ( ) Ninguna de las anteriores.

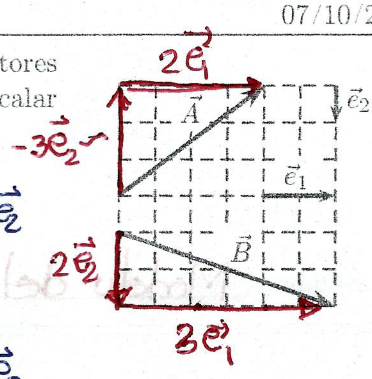
   Justificación

   Al trasladar el vector $\vec{d}$ a la punta de $\vec{a}$ y el vector $-\vec{c}$ a la punta $\vec{b}$ se construye un polígono cerrado, de manera que

   $$\vec{a} + \vec{d} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} - \vec{d}}$$

3. ($2\frac{1}{2}$ puntos) En la figura adjunta se muestra un retículo escalado con los vectores ortogonales $\vec{e}_1$ y $\vec{e}_2$, además se conoce que $|\vec{e}_1| = 2|\vec{e}_2| = \frac{1}{3}$. El producto escalar entre los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que se indican en la figura adjunta es:



(X) $\frac{1}{2}$;
( ) 0;
( ) 18;
( ) $-\frac{1}{2}$;
( ) Ninguna de las anteriores.

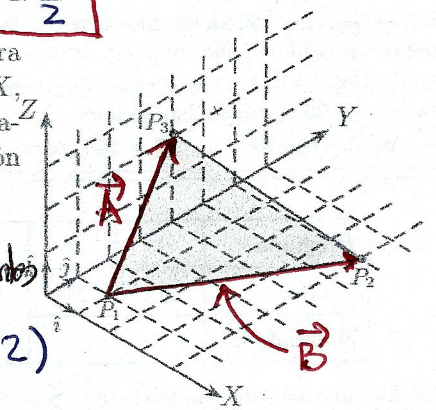
Justificación

Tenemos que $\vec{A} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ y $\vec{B} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$

El producto escalar entre ellos es

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2)\cdot(3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2)$$
$$= 6\vec{e}_1\cdot\vec{e}_1 + (4-9)\cancelto{0}{\vec{e}_1\cdot\vec{e}_2} - 6\vec{e}_2\cdot\vec{e}_2$$
$$= 6|\vec{e}_1|^2 - 6|\vec{e}_2|^2 = 6\cdot\frac{1}{9} - 6\cdot\frac{1}{6^2} = \frac{\cancel{3}\cdot 2}{\cancel{3}\cdot 3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6}$$
$$= \frac{3}{6} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\vec{A}\cdot\vec{B} = \frac{1}{2}}$$

4. ($2\frac{1}{2}$ puntos) Los vectores unitarios $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ y $\hat{k}$ que se muestran en la figura adjunta determinan las direcciones de los ejes coordenados cartesianos X, Y y Z, respectivamente. Sean P_1, P_2 y P_3 los vértices del triángulo mostrado en la figura adjunta, el área del triángulo (que se indica con la región sombreada) viene dada por:



( ) $\sqrt{38}$;
(X) $\sqrt{83}$;
( ) $2\sqrt{38}$;
( ) $2\sqrt{83}$;
( ) Ninguna de las anteriores.

Justificación

Los puntos P_1, P_2 y P_3 presentan las siguientes coordenadas

$P_1 = (1,1,0)$ $P_2 = (4,6,0)$ $P_3 = (0,4,2)$

Construyendo los vectores.

$$\vec{A} = \overrightarrow{P_1P_3} = 4\hat{\jmath} + 2\hat{k} - (\hat{\imath}+\hat{\jmath}) = -\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = \overrightarrow{P_1P_2} = 4\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} - (\hat{\imath}+\hat{\jmath}) = 3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 0\hat{k}$$

▶ El producto vectorial.

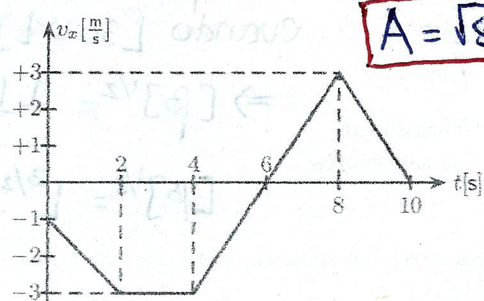
$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 10\hat{\imath} - (-6)\hat{\jmath} - 14\hat{k} = 2(5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 7\hat{k})$$

▶ El área de la región sombreada es

$$A = \frac{|\vec{A}\times\vec{B}|}{2} = \frac{\sqrt{10^2+6^2+14^2}}{2} = \frac{2\sqrt{5^2+3^2+7^2}}{2} = \sqrt{83}$$

$$\boxed{A = \sqrt{83}}$$

5. ($2\frac{1}{2}$ puntos) Un vehículo se mueve sobre una pista rectilínea durante diez segundo, en dicho tiempo se registra la componente horizontal de su velocidad (v_x) como función del tiempo, según la gráfica adjunta. El eje horizontal de la gráfica es medido en segundos (s), mientras que el eje vertical de la gráfica es medido en metros por segundo ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$). La rapidez media del vehículo durante todo el recorrido viene dada por:



( ) $0,7\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
( ) $19\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
(X) $1,9\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
( ) $7\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
( ) Ninguna de las anteriores.

Justificación

La rapidez media se obtiene mediante el cociente de la distancia recorrida y el tiempo total empleado

$$\langle|\vec{v}|\rangle_I = \frac{d_I}{\Delta t_I} = \frac{1}{\Delta t_I}\int_{0s}^{10s}|\vec{v}|dt = \frac{1}{10s}\left[\frac{(3\text{m/s}+1\frac{\text{m}}{\text{s}})\cdot\cancel{2}s}{\cancel{2}} + (2s)(3\frac{\text{m}}{\text{s}})\right.$$
$$\left. + 3\cdot\frac{\cancel{2}s(3\text{m/s})}{\cancel{2}}\right] = \frac{1}{10s}\left[4\text{m} + 6\text{m} + 9\text{m}\right] = \frac{19\text{m}}{10s} = 1,9\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$\therefore$ $\boxed{\langle|\vec{v}|\rangle_I = 1,9\text{m/s}}$

6. (2½ puntos) La posición horizontal de un objeto, en función del tiempo, viene dada por:

$$x(t) = -\frac{1}{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}t^3 + 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t^2 + 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}t + 10\mathrm{m}.$$

El objeto invierte el sentido del movimiento horizontal en el instante de tiempo:

( ) 0s;
( ) 32s;
( ) 4s;
(X) 10s;
( ) Ninguna de las anteriores.

Justificación

Para que el objeto invierta su sentido de movimiento debe detenerse, por lo que

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = -1\frac{m}{s^3}t^2 + 8\frac{m}{s^2}t + 20\frac{m}{s}$$

haciendo $v_x(t) = 0\,m/s$ tendremos que

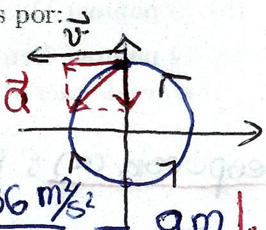
$$t = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 + 4\cdot 20}}{-2}\,s = \frac{-8 \pm \sqrt{64+80}}{-2}\,s = \frac{-8 \pm 12}{-2}\,s \begin{cases} 4/{-2} = -2\,s \\ 20/2 = 10\,s \Rightarrow \boxed{t = 10s} \end{cases}$$

7. (2½ puntos) Una partícula se mueve en una trayectoria circular, con centro en el origen, si su velocidad y aceleración en el mismo instante de tiempo son $-6\hat{\imath}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ y $(-3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath})\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, respectivamente, entonces el radio de la trayectoria (R) y la magnitud de su aceleración angular (α) en dicho instante vienen dadas por:

(X) $R = 9\mathrm{m}$ y $\alpha = \frac{1}{3}\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$;
( ) $R = 12\mathrm{m}$ y $\alpha = \frac{1}{3}\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$;
( ) $R = 9\mathrm{m}$ y $\alpha = 3\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$;
( ) $R = 12\mathrm{m}$ y $\alpha = 3\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$;
( ) Ninguna de las anteriores.

Justificación

Tenemos que



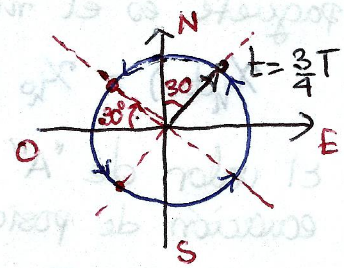
$$\begin{cases} |\vec{v}| = \omega R \\ a_c = \frac{|v|^2}{R} \Rightarrow 4\frac{m}{s^2} = \frac{(6\,m/s)^2}{R} \Rightarrow R = \frac{36\,m^2/s^2}{4\,m/s^2} = 9m \\ a_t = \alpha R \Rightarrow 3\frac{m}{s^2} = \alpha \cdot 9m \Rightarrow \alpha = \frac{3\,m/s^2}{9\,m} = \frac{1}{3}s^{-2} \end{cases}$$

8. (2½ puntos) Una partícula describe movimiento circular uniforme, de radio $R = 6\mathrm{cm}$ con centro en el origen y en el plano XY. La rapidez angular de la partícula es $\omega = 4\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ y ésta se mueve en sentido horario. Inicialmente la partícula se encuentra a 30° al Norte del Oeste. Tome el Norte y el Este en las direcciones de los semi-eje Y y X positivos, respectivamente. La posición de la partícula al cabo de tres cuarto del periodo es:

( ) $3(\hat{\imath} + \sqrt{3}\hat{\jmath})$cm;
( ) $3(\sqrt{3}\hat{\imath} + \hat{\jmath})$cm;
(X) $-3(\hat{\imath} + \sqrt{3}\hat{\jmath})$cm;
( ) $3(\sqrt{3}\hat{\imath} + \hat{\jmath})$cm;
( ) Ninguna de las anteriores.

Justificación

Tenemos que



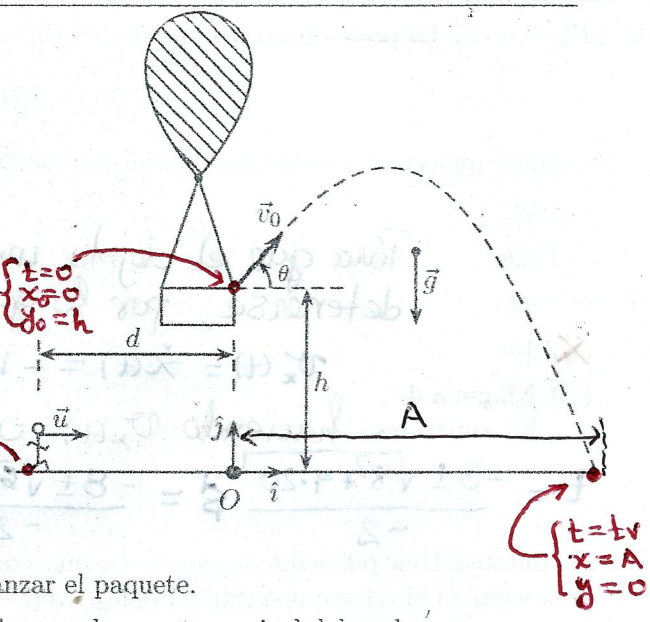
$$\vec{r}\left(\tfrac{3}{4}T\right) = R\,\mathrm{sen}30\,\hat{\imath} + R\cos 30\,\hat{\jmath}$$

$$= 6cm\left(\frac{1}{2}\hat{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\jmath}\right)$$

$$= (3\hat{\imath} + 3\sqrt{3}\hat{\jmath})\,cm.$$ (sentido antihorario)

Parte II (Desarrollo): Resuelva con detalle el siguiente problema:

9. Un globo aerostático se encuentra suspendido desde una altura $h = 80\text{m}$, desde el suelo. Un pasajero dentro de la cesta del aerostático (barquilla) lanza un pequeño paquete con un cierto ángulo de elevación θ y a una velocidad de $\vec{v}_0 = (10\hat{\imath} + 30\hat{\jmath})\frac{\text{m}}{\text{s}}$, tal como se indica en la figura adjunta. Justo al momento del lanzamiento, y a una distancia $d = 24\text{m}$ por detrás del extremo derecho de la barquilla, una persona pasa corriendo a nivel del suelo con una velocidad desconocida $\vec{u}$, pero constante, cuya orientación se indica en la referida figura. Suponga que el hombre alcanza el paquete justo en el momento en que el paquete llegua al suelo.



(a) (3 puntos) Calcule el tiempo que tarda el hombre en alcanzar el paquete.

(b) (3 puntos) Obtenga la rapidez $|\vec{u}|$ del hombre para que alcance el paquete, a nivel del suelo.

(c) (4 puntos) Determine los <u>vectores</u> posición y velocidad del paquete, respecto al punto O, justo un segundo antes de caer al suelo.

<u>Respuesta (a)</u>: Este tiempo corresponde al de vuelo del paquete, así

$$y(t_v) = y_0 + v_{0y}t_v + \frac{a_y t_v^2}{2} \Rightarrow 0 = 80\text{m} + 30\frac{\text{m}}{\text{s}}t_v - 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t_v^2 \quad \sim 2$$

$$\Rightarrow \frac{t_v^2}{s^2} - 6\frac{t_v}{s} - 16 = 0 \Rightarrow \frac{t_v}{s} = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)} \begin{cases} \frac{6+10}{2} = 8 \\ \frac{6-10}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\therefore \boxed{t_v = 8s} \sim 1$$

<u>Respueta (b)</u>: El tiempo que tarda el hombre ("flash") en alcanzar el paquete es el mismo tiempo de vuelo; su movimiento horizontal es.

$$x_h(t_v) = x_{h0} + u\,t_v \Rightarrow A = -24\text{m} + u(8s) \quad (1) \quad \sim 1$$

el valor de "A" corresponde al alcance del paquete, usando la ecuación de posición para el paquete resulta que ~ 1

$$x(t_v) = x_0 + v_{0x}t_v + \cancel{\frac{a_x t_v^2}{2}} \Rightarrow A = 0\text{m} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}(8s) = 80\text{m} \Rightarrow A = 80\text{m}$$

sustituyendo este valor en (1) resulta $80\text{m} = -24\text{m} + 8s\,u \Rightarrow u = \frac{104\text{m}}{8s}$

$$\Rightarrow \boxed{u = 13\,\text{m/s}} \sim 1$$

<u>Respuesta (c)</u> Nos piden la posición y velocidad en $t = 7s$ (1 segundo antes de caer) estos vienen dados por:

$$\vec{r}(7s) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(7s) + \frac{1}{2}\vec{g}(7s)^2 = 80\hat{\jmath}\,\text{m} + (70\hat{\imath} + 210\hat{\jmath})\text{m} - 245\hat{\jmath}\,\text{m} = \boxed{70\hat{\imath} + 45\hat{\jmath}} \sim 2$$

$$\vec{v}(7s) = \vec{v}_0 + \vec{g}(7s) = (10\hat{\imath} + 30\hat{\jmath})\,\text{m/s} - 70\hat{\jmath}\,\text{m/s} = \boxed{(10\hat{\imath} - 40\hat{\jmath})\,\text{m/s}} \sim 2$$